

Egy matematikus megjegyzései Hermann Imre „Lélek és tér” koncepciójához

Surányi László

A matematikus, aki a matematikát a szó valódi értelmében értelmes tevékenységnek ismeri, örömmel olvassa Hermann Imrénél, hogy „az értelem az a belső vezérfonal, amely a szellemi folyamatokat összekapcsolja, az értelem a személyes-lelki folyamatosságot jelenti”. És – nem csak matematikusok között szerzett – tapasztalatból tudja, hogy Hermann jó okkal különíti el az értelmes gondolkodástól a szellemi-lelki (és testi) élet folytonosságából *kiszakadt* gondolkodást.¹ A matematika értelmét kutató olvasó öröme csak nő látván, hogy Hermann nem áll meg ennél a megállapításnál, hanem behatóan foglalkozik a gondolkodáslélektan kérdéseivel, igényesen – a kettős egzakttság igényével – vegyítve az analógiás és az analitikus-tudományos gondolkodást. Ennek jegyében külön tanulmányokat ír a matematikába forradalmi újításokat hozó kutatókról, köztük Bolyai Jánosról. E tanulmánya a Hermann hagyatéék gondozóinak jóvoltából most újra meg is jelent.²

Ahol ilyen izgalmas kérdések merülnek föl, ott az olvasó vitakedve is megnő. Így például két oldalról is kérdéses a számomra, hogy jogosan párosítja-e Hermann a gondolkodást mint célirányos aktust az egyenesvonalú, az ösztönéletet pedig a görbe (örvénszerű, spirális) mozgással. Mindenképp pozitív lépés, hogy Hermann megpróbálja az egyenest és a görbét (spirált, kört stb.) a személyen belüli történésekkel kapcsolatba hozni. De az egyenesvonalú mozgás nem feltétlenül célirányos mozgás – a gondolkodásban sem. Sokszor épp ellenkezőleg (és nem csak a fizikában) a *tehetetlenség* jele. És kérdéses az is, hogy a gondolkodás „görbéit” jogos-e, lehet-e maradéktalanul az ösztönéletre visszavezetni. Ahol Fechner *Extreme sese tangunt* c. cikkét említi, amely szerint a véges kör csak véges képe a végtelen körnek (45, 71),

¹ Hermann Imre, *Gondolkodáslélektani tanulmányok. (A gondolkodás függőségei. Elszakadás-elmélet.)* Ford. Berényi Gábor, in uő, *Gondolkodáslélektani tanulmányok*, Animula, Budapest, 2011. 233.

² Hermann Imre, *Bolyai János – Egy gondolat születésének lélektana*, Animula, Budapest, é.n. (Eredetileg 1945-ben jelent meg.) Írásom e tanulmány egy fejezetének hatására született. Közben megjelent egy újabb Hermann-kötet, benne egy tíz évvel későbbi és rövidebb Bolyai-tanulmánnyal: *Az alkotó és a szkizoid-hibátlan gondolkodás Bolyai János matematikai értekezése alapján*, in Hermann Imre, *Kreativitás és alkotás – Pszichoanalitikus tanulmányok*, ford. Berényi G., Animula, Budapest, é.n. 200-213. (A tanulmány eredetileg 1959-ben jelent meg, németül.) Ahol szükséges, erre a tanulmányra is reagálni fogok. A két tanulmányra zárójelben, az évszám (45, ill. 59) és utána az oldalszámmal hivatkozom.

[folyt. a köv. oldalon]

rögtön eszünkbe jut Cusanus, aki szerint a végtelenben görbe (kör) és egyenes egybeesik.³ Ha megpróbálnánk ezt lefordítani Hermann gondolatmenetére, akkor gondolkodás és ösztönmozgás azonosságához jutnánk. S akkor az az izgalmas kérdés merül fel, hogy mit jelent itt a végtelen? És mi oldódik fel ott miben? Nyilván nem a gondolkodás az ösztönmozgásban, hiszen ez az örület leírása volna. De akkor mi az, ami képes a gondolkodásban feloldani az ösztönmozgást? Van ilyen? Vagy talán jobb azt kérdeznünk, hogy mi az az örülettel ellentétes, tisztább létforma, amiben gondolkodás és ösztönélet is feloldódhat? Erre három, konvergáló választ tudok: a *nyelv*, ami Tábor Béla szerint gondolat és indulat házasságából születik, s mint ilyen erotikus aktus⁴, az *öröm*, ami Szabó Lajos szerint „a végtelen egyik fedőneve”⁵, és a *szerelem*.

Ami viszont közelebről Bolyai János lelki életének és geometriájának viszonyát illeti, ennek elemzése már nem csak ilyen izgalmas kérdéseket vet fel. Letagadhatatlan a hiányérzetünk: a patológikus vagy annak tartott lelki tünetek és a kultúrtörténeti fejtegetések között elvész Bolyai *géniuszának* érzékeltetése. Pedig Hermann gondolatmenete egy ponton ezt nagyon is lehetővé tenné. Írásom tárgya ennek a

[2. jegyz. folyt.] Hermann *diagnóziisaival* nem feladatom foglalkozni. Csak annyit jegyzek meg, hogy mindenképp úttörő vállalkozásán belül ezt látom a kérdéses pontnak. Például Bolyai esetében azért, mert olyan „életrajzi tényeket” is használ, amelyekről ma már tudjuk, hogy pusztán inszINUÁCIÓK. A későbbi tanulmányban ezek egy részét már nem is említi. De továbbra is túlnyomórészt a katonai föltötteseitől származó beszámolók, leírások alapján állítja, hogy Bolyai *kezdetől* szkizofréniával küzdött, s ez még első zseniális eredményei előtt kitért rajta. E leírásokat – csakúgy, mint a már összeomlott és valóban a bomlás tüneteit is mutató Bolyai „visszaemlékezéseit” – kérdés és elemzés nélkül elfogadja. Pedig érdemes volna a *teljes* szituációt figyelembe venni. Adott egy kitörően tehetséges, a katonai szellemtől idegen családból való ifjú. Mind ő, mind a tehetségét hamar felismerő apja messze környezetük színvonalára föltött állnak (apja nemcsak matematikában), ami mindenképp egyfajta elszigeteltséget jelent. Ez a nyilván túlérzékeny ifjú később a tehetségével, sőt lángelméjével semmit kezdeni nem tudó katonai környezetben kénytelen élni. Már ez is kudarc: apja jó barátja, Gauss nem fogadja, így nem tud a tehetségéhez méltó német egyetemen tanulni! A tehetségéhez legkevésbé sem adekvát környezetben nem találja a helyét, elégedetlen és ebből konfliktusai származnak. De hogyan is tudna a katonai rend mit kezdeni vele? Arra alapozni egy diagnózist, amit ilyen helyzetben az adottságaival, az öt foglalkoztató kérdésekkel nyilvánvalóan tisztában nem levő katonai környezet mond róla – erősen kérdéses vállalkozás. Főleg, miután a fiatal, még alkotó erejében meg nem tört Bolyainál nyilvánvalóan nüanszokról, egy nagyon bomlékony egyensúly meglétéről vagy nem létéről van szó. Hermann diagnózisának pontosításával ennél közelebről nem (felkészült-ség híján sem) foglalkozom.

³ És egybeesik a végtelen háromszöggel is. Nicolaus Cusanus, *A tudós tudatlanság*, ford. Erdő Péter, in Erdő Péter (szerk.), *Jövönket építjük – Emlékkönyv az Esztergomi Papnövendékek Magyar Egyházirodalmi Iskolája fennállásának 150. évfordulójára*, é.n. (1982?), 84skk.

⁴ „A nyelv logosz és indulat [...] egymásra hatásából fakad; erotikus aktus önmagunkban is, nemcsak a dialógusban. Egy maszkulin és egy feminin elem egyesülése.” Tábor Béla, *Östörténeti jegyzetek*, kéziratban.

⁵ Szabó Lajos, *Tény és titok*, medium, Veszprém, 1999, 335.

pozitív kezdeménynek a kiemelése és körüljárása, ezért a kritikai pontokat csak egy, Hermann által is kiemelt példán, az „elpattanó egyenes” fogalmán mutatom meg.⁶ A középiskolában tanult euklideszi geometriában *mind*egy, hogy a sík két nem-metsző, vagy két párhuzamos egyeneséről beszélünk, hiszen az euklideszi rendszer lényege éppen az, hogy ha veszünk a síkon egy *e* egyenest és rajta kívül egy pontot, akkor az utóbbit át csak *egyetlen*, az *e* egyenest nem metsző egyenes húzható. De amikor ettől az axiómától el akarunk szakadni – és ez az elszakadás az ún. *hiperbolikus geometria* lényege, aminek egyik felfedezője Bolyai –, ha tehát feltesszük, hogy a pontból *több*, az *e* egyenest nem-metsző egyenes is húzható, akkor felmerül a kérdés: melyik ezek közül a párhuzamos. A válasz: az *első* olyan, amely már nem metszi egyenesünket. Ezt nevezi Bolyai „elpattanó egyenesnek”. Hermann szerint Bolyai Jánost azért izgatta az „elpattanás” az egyenestől, mert – a kapaszkodó ösztön ellentétéként – fokozott mértékben foglalkoztatta az anyjától való elszakadás.⁷ „Abban, hogy az »elpattanás« előbb következik be, mint azt az euklideszi hagyomány kívánja, az [anyától való] elszakadás időelőttiisége és sürgőssége fejeződik ki.” (45, 18) Mármost számomra meglepő, hogy az anyát egy egyenes modellezi. Ha már, akkor hihetőbb volna, hogy az *apját* modellezzék az egyenes. Ráadásul az egész „parallela-probléma” azért csábította, mert apja tiltotta tőle. Ami persze még nem ad magyarázatot arra, hogy Jánosnak – apjával ellentétben – miért sikerült megtalálnia a probléma megoldását. Ehhez magát a problémát is mintegy a visszájáról a színére kellett fordítania. Vagyis *ki kellett lépnie* az apja által szuggerált kettős kötésből! A híres levélrészlet: „A parallelákat azon az útan ne próbáld: tudom én azt az utat is mind végig – megmértem azt a feneketlen éjszakát én, és az életemnek minden világossága, minden öröme kialudt benne – az Istenért kérlek! hagyj békét a paralleláknak – úgy irtózz tőle, mint akármicsoda feslett társalkodástól, éppen úgy megfoszthat minden idődtől, egésségedtől, csendességedtől s egész életed boldogságától. [...] Ha a parallelákat feltaláltam volna, ha senki sem tudta volna is meg, hogy én találtam, angyal lettem volna.”⁸ Az apai intés megerősítette a parallela-probléma tekintélyét és tiltotta is tőle Jánost. De nagy tét áll előtte: „angyallá” lehet! János nem tágitott a tiltott problémától, ám apjával *ellentétes* irányban indult el és ez vezetett a

⁶ Egyébként egy géométer számára már az is kérdéses, hogy Hermann valóban mindenütt a Bolyai-geometria *egészének* genezise szempontjából legfontosabb pontokat emeli-e ki.

⁷ Hermann egyik legszellemesebb és legproduktívabb megfigyelése a „széli preferencia” vagy „a széli választási hajlam”: ha több, egy sorban elhelyezett tárgy közül kell választani, a gyermekek és a betegek valamelyik szélsőt fogják választani. Ezzel a spontán magatartással szembeállítja a középső kiválasztását, amihez már érettség, erősebb gondolati-akarati koncentráció, a közvetlen helyzettől való „hátralépés” szükséges. (Hermann Imre, *A széli preferencia mint primer folyamat*, in uő, *Gondolkodáslélektani tanulmányok*, 44skk.) Hermann a megfigyelését sok területre produktívan ki tudta terjeszteni. A párhuzamos mint *első* nem-metsző azonban nem juttatja eszébe a széli preferenciát, talán azért, mert a széli preferencia itt – és éppen ez az izgalmas benne – a *határátlépés* és a *formaadás* mozdulatával *együtt* lép föl.

⁸ Benkő Samu (szerk.): *Bolyai-levelek*, Kriterion, Bukarest, 1975., 123.

megoldáshoz. A parallela-probléma *tekintélye* így megmaradt, de *apjától* – apja *sikertelenségétől!* – sikerült elszakadnia.

Az elpattanó egyenes – és következményeinek – felfedezése az egész geometriai szemléletet a feje tetejére állítja. Ennek csak egyik példája – és erről Hermann már nem beszél –, hogy az így talált párhuzamoság-fogalom szerint egy egyenesel egy ponton keresztül *két* párhuzamos van. Ha az egyenest függőlegesnek képzeljük, akkor a vele párhuzamosak közül az egyik „felfelé” mutat, a másik „lefelé”. Euklidésznél a kettő egybeesik, de az új, hiperbolikus geometriában nem. Utóbbiban csak *irányított* egyenesek párhuzamoságáról beszélhetünk. És ezek a párhuzamosok (elpattanók) nem maradnak állandó távolságra egymástól, ahogy Euklidész párhuzamosai, hanem *akármilyen közel kerülnek egymáshoz*. Egy korábbi tanulmányomban az euklideszi és a hiperbolikus geometriát a görög és a modern európai tragikum kifejeződéseként tárgyalva és összehasonlítva arra jutottam, hogy a végtelen távoli Bolyaiéknál is megmarad ugyan végtelen távolinak, a nem-találkozás tragikuma, ami a görög tragédia „szomszédságában” kialakuló görög geometriában „természetesen” volt jelen, a modern geometriában is megmarad, de ez a végtelen távoli *erősszal telítődik*. Így megnő, feszültséggel telítődik a jelentéstartalom.⁹ Itt már inkább számíthat az anyához való viszony. További, érzelmileg is kiértékelhető geometriai képek is vannak: például a legkisebb szögű szögtartományba is belefér egy teljes egyenes!¹⁰ Mindezzel csak azt akarom jelezni, hogy egy matematikai rendszer sokkal komplexebb annál, mint hogy *egyetlen* lelki probléma modelljeként vizsgálhatnánk. Egy matematikai rendszer, pláne egy ilyen horderejű, világnézet-formáló rendszer sokkal teljesebb, mint hogy egy patológikus tünet modellje lehetne. Nem beszélve arról, hogy a modellnek helyt is kell állnia magáért, azaz nem lehet benne (explicit) ellentmondás. *Innen* van Bolyainál „az ellentmondásmentesség erős hangsúlyozása” (45, 33). Ebből bármilyen patológiára következtetni csak akkor volna jogosult, ha ez nem magának a tudományos problémának a szerkezetéből következne. A pszichológiai gyanú is csak akkor jogos, ha egy reakcióra nincs racionális ok.¹¹

Az ellentmondásmentesség követelményét a későbbi tanulmányban már részletesebben tárgyalja Hermann (59, 209-210). De először is explicite kimondja, hogy

⁹ Surányi László, *Euklidész és Bolyai párhuzamosai – a görög és a modern tragikum szimbólumai*, in uő, *Metaaxiomatikai problémák*, Typotex, Budapest, 1992, 86.

¹⁰ „Az egyenes két vége nem tart úgy szét, mint Euklidésznél. Egy szubjektivitás terébe foglalható és a jelenlét intenzitásával felizzítható mindaz, ami mondanivalója lehet az egyenesnek a kezdő- és végpontról. A pont terébe összefuthat mindaz, ami korábban az egyenes »két végén« a trónfosztott mítosz kódéba tűnt.” Surányi L, *id.h.* Nem valamifajta remitizálásról van tehát szó. A *kutató logosz* vonatkoztatja magára és izzítja föl *jelenlétével* a végtelennel a trónfosztott mítoszba száműzött jelentőségét.

¹¹ Kérdésem számomra a Bolyai-féle abszolút geometria és az ún. epigenetikus fejlődés-modell közötti párhuzam is (45, 35skk.). Utóbbi – leegyszerűsítve – abból indul ki, hogy egy egység, de „amorfi anyagból” fejlődnek ki a különböző funkciójú sejtek. [folyt. a köv. oldalon]

mi tanulmányai igazi célja: annak bizonyítása, hogy az elmebetegség a lángeleme esetében nem akadály a zseniális gondolatoknak, sőt éppen az azzal való harcból szülehetnek zseniális gondolatok. Hermannnak ebben igaza van, és abban is, hogy nem szabad letagadni, ha egy lángelemében látjuk az elmebajt. De hogy Bolyai a zseniális geometria *megalkotásakor* már túl lett volna szkizofrén rohamokon, ezt nem tudom eldönteni, ehhez, mint említettem, az általa felsorolt leírások körültekintőbb értékelésére lenne szükség. Van azonban egy pont, ahol premier planban látjuk az *alapkérdést*. A minden csalódáson túl, a jogosan várt nagy, világra szóló elismerés és dicsőség helyett az erdélyi elszigetelődésben életét tengető és már összeroppant Bolyai egy levelében megrázó sorokban leírja, hogy a legnagyobb fájdalmak között is tiszta fejjel tudott matematikai problémán gondolkodni (59, 206). Itt érünk a kérdés forró magjához: hogy *mi ad erőt ehhez?* Hermannt is nyilván ez izgatja. Későbbi tanulmánya végén válaszol is a kérdésre: a „hibátlan szkizoid gondolkodás”, amely „harcban áll” a „hibás szkizoid gondolkodással”. Az előbbi jellemzői közé tartozik a „rendszeralkotás, a szemlélet követelménye, elfordulás az érzékelhető világtól, a jelek világának megalkotása [...] a kettősségek előtérbe kerülése”, vagy a kiválasztási axióma jegyében „felhalmozott következtetések”. (59, 212) Hogy ezek jellemzőek volnának Bolyaira, az néhol sokszoros félreértésen alapszik.¹² Másutt nehéz volna betegességet felfedezni bennük. Így például a felsorolásban most is szerepel „az ellentmondásmentesség bizonyítékainak keresése”, ami Bolyainál „betegesen túlkompenzáló” ellenmozdulat lenne a szkizoid elme szétartó gondolataival szemben (59, 210). A tanulmány más pszichológusok általános megfigyeléseire hivatkozik – hiszen a jelenség ténylegesen létezik –, de nem foglalkozik az ellentmondásmentesség kérdésének azzal a *speciális* formájával, amely *objektíve adott* a párhuzamossági axióma kérdésében, s amelyre Bolyainak figyelnie kellett.

Pedig alkotáslélektanilag lényeges pontról van szó. Ha Bolyai a rendszerét építve bármely lépésben ellentmondást talál, akkor ezzel bebizonyította az „ötödik posztulátumot”, ami óriási eredmény, hisz ez ezer évek óta senkinek nem sikerült.

[11. folyt.] Ezzel tekinti Hermann analógnak az abszolút geometriát, amelynek képleteiben egy paraméter megválasztásától függően az euklideszi vagy a hiperbolikus geometria képleteihez jutunk. Nem tudom belátni, hogy hogyan volna az abszolút geometria *struktúrája* analógiába állítható bármilyen „amorf anyaggal”, „amorf kezdettel”, „differenciálatlan alapanyaggal” (45, 38). Ráadásul a kétféle – hiperbolikus és euklideszi – rendszer nem „kifejlődik” belőle, hanem egy csapásra ott van, ha döntünk arról a bizonyos paraméterről.

¹² Az 59-es tanulmányában Hermann az elpattanó egyenesek definícióját a *kiválasztási axiómával* hozza összefüggésbe, amely szerinte a „teljes halmazból kiválaszt egy »jó« példát, ezen méri valamely állítás igazságát vagy hamisságát [...] Tehát azt állítja, hogy ha még ez is ... akkor mindegyik, vagy ha még ez sem ..., akkor egyik sem.” (59, 211). A gondolatot Hilberthez és Zermelohoz köti. Mármost a „ha még ez is” gondolat (vagyis az extrém eset vizsgálása) olyan általános a matematikában és a természettudományban, hogy nehéz volna névhez kötni. Viszont semmi köze Zermelo kiválasztási axiómájához, amely *végtelen* sok halmazból választ ki *egyszerre* egy-egy *meghatározatlan* elemet. De nincs köze Hilbertnek Hermann által [folyt. a köv. oldalon]

És nem mellesleg garantálná a geometria egységét. Ha viszont nem talál ellentmondást, akkor felfedezett egy új geometriát, ami ugyanilyen nagy eredmény (és dicsőség)! Mindenképp „nyereséges játék”-ról van szó! Erre a *pozitív, produktív ambivalenciára* érdemes figyelni mint a *kutatás motorjára*! Számomra nyilvánvaló, hogy döntő különbség van a negatív, a (döntést, a gondolkodást, a vágyakat) bénító és az ilyen termékeny, pozitív, előre lendítő ambivalencia között. A lángelme közege az utóbbi fajta ambivalencia. De többet is mondhatunk: Bolyai nemcsak termékenyen kihasználta ezt a produktív ambivalenciát, hanem egy további lépést is tett (ezt sem Gauss, sem Lobacsevszkij nem tette meg, a későbbi logikai kutatásokra viszont nagy hatása volt). Az „abszolút geometria” fogalmának kidolgozásával olyan nyelvet teremtett, amely nem „fojtja el” az új és a régi geometria *ellentétét*, de kifejezhetővé teszi azt is, ami közös bennük és azt is, ami ellentétes.

Nem ez az egyetlen a Hermann által a „hibátlan szkizoid gondolkodás” jellemzőiként felsoroltak közül, amelyik nem a betegség, hanem ilyen erősebb értelemben az *egészséges és értelmes* – nem csupán „hibátlan” – gondolkodás jele, tehát a pozitív és nem a negatív ambivalenciáé, és a pozitív ambivalencia egyértelműsítését, tehát nem elfojtását, hanem feloldását jelenti. S mint ilyen: *erőt ad* a kutatónak ahhoz, hogy *túllépjen* a bénító ambivalencián, a betegségén is. Ha az értelem a lelki-szellemi élet *folytonossága*, ahogy Hermann mondja, akkor az a kérdés, hogy mi adja a *folytonosságot* ott, ahol a lelki alkatból, a negatív ambivalenciából csak örvények, szakadékoságok, végleges érzelmi hasadtságok és hamis valóságtudat következne. A pozitív ambivalencia a negatívval ellentétben segíti az értelmes gondolkodást, a folytonosság helyreállítását, az egészséges áramlást lelki és szellemi energiák között, az értelmes, tehát a valóság mélyebb, rejtettebb törvényszerűségeivel való ismerkedést és nem a tőle való elszakadást kifejező jelek megalkotását. (Hogy milyen szinten és milyen maradandóan, ez minden esetben további, válaszra váró kérdés.) Mert a „hibátlan gondolkodás” még nem *értelmes* gondolkodás. Az értelmes gondolkodást lehetővé tevő, tehát hermanni értelemben is folytonosságot teremtő *szellemi* mozzanatoknak a lelkiektől való *megkülönböztetése* volna a feladat – ami ebben az esetben

[12. jegyz. folyt.] idézett következtetési szabályához sem, amely szerint ha egy *tetszőleges* a elemre levezethető valami, akkor az *minden* a elemre levezethető. Mindez a kisebb „baj”, a nagyobb az, hogy ezek közül egyiknek sincs köze az elpattanó egyeneshez! Bolyai ugyanis ennek definiálásához az ún. *Dedekind-szelet axiómát* használja, amely mindössze annyit mond ki, hogy „nincs szakadás” a számegeyenesen. Bevallom, Hermann e tévedéshalmaza előtt értetlenül állok. Hogy a pszichológiából vegyek példát, olyan ez, mint ha Hermannról félreértve azt állítanám, hogy Bolyai *epilepsziájából* vezeti le a geometriáját, majd ennek ismertetőjegyeiként a magas vérnyomás ismertetőjegyeit adnám meg. Kár ez egyrészt azért, mert bőven lenne itt gondolkodni való – például a tényleges kiválasztási axióma kritikáját is kihozhatnánk abból, ha az itt elmondottakat „rendbe tennénk” –, másrészt azért, mert a matematikusok nagy többsége egy ilyen passzus elolvasása után „végleg” meg lesz győződve arról, hogy Hermann gondolataival nem érdemes foglalkozni, a pszichológusok meg tényként fognak hivatkozni arra, amit Hermann mond.

egyét jelent a betegesnek az egészségestől való megkülönböztetésével. És itt érkezünk el a 45-ös tanulmány számomra legizgalmasabb, igazán produktív fejezetéhez, a *Lélek és tér* c. utolsó fejezetéhez. Itt Hermann olyan produktív szempontokat fogalmaz meg, amelyek végiggondolása alkalmas rá, hogy megvilágítsa e különbségeket.

A *Lélek és tér* című fejezetben ugyanis Hermann bizonyos pszichológiai diszpozíciók és a háromféle geometria – a gömbi, az euklideszi és a hiperbolikus – között keres analógiát. Tétele, hogy a mániának és az eufóriának a hiperbolikus teret kell megfeleltetni, „a melankóliának és a depressziós hangulatnak [pedig] a szférikus”, a gömbi geometriát. A mániás struktúra azért feleltethető meg a hiperbolikus térnek, mert itt „a legtávolabbi tárgyak véges távolságban látszanának köröskörül, de ha feléjük fordulnánk, a távolság bővülne” (45, 77, kiemelés tőlem SL).¹³ Márpedig L. Bingswanger klinikai-fenomenológiai leírása szerint „a mániát jellemzi egy térkitágító struktúra-jelleg; a mániásnak ebben a térben minden közelebb tolódott, minden közelebb és könnyebben esik keze ügyébe, de könnyen eltéríthető mintoltánál fogva mégsem tudja megragadni terének közeli dolgait” (45, 79). Eddig rendben is van a megfeleltetés, egyszerűen szellemes és meggyőző a matematikusnak is. De Bingswanger szerint *ugyanennek* a hiperbolikus térnek a „hozzárendelését kívánja meg minden igaz szeretet, mert a szeretett lény a tágultabb tér ellenére közelebb kerül hozzánk” (45, 79), és Hermann az alkotó-teremtő gondolkodó terét is ilyen struktúrájának feltételezi. Itt azonban valami elcsúszik. Mert nem hiszem, hogy akár a szeretőre, akár az alkotóra minden további nélkül kimondható volna, hogy „könnyen eltéríthető” volna tárgyától, hogy csak *látszólag* van közel hozzá a tárgy. Sem az igazán szeretőre, sem az alkotóra nem jellemző, hogy engedne a tér szétszóró ellenállásainak. Épp ellenkezőleg, nagyobb erőfeszítésre ösztönzi és gondolatainak, akaratainak, érzelmeinek van ereje átfogni, átölelni a nagyobb távolságot.

A felvetés mindezzel együtt – vagy éppen ezért – produktív. Csak pontosabban kell végiggondolnunk a megfeleltetést, hogy magán a gondolatmeneten belül is

¹³ Hermann Helmholtzra, közelebről egy, a geometriák általános elméletének megalapozása szempontjából fontos előadásában szereplő hasonlóra hivatkozik, l. Hermann von Helmholtz, *Ueber den Ursprung und die Bedeutung- der geometrischen Axiome (1870)* in uő, *Vorträge und Reden*, Bd. II, Druck und Verlag von F. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1903, 1-32. Az előadásban Helmholtz ismerteti azt, ahogyan Beltrami az *euklideszi* tér egy *gömbjén* belül konstruálja meg a hiperbolikus geometria (az *egész* hiperbolikus tér) egy *euklideszi* modelljét. Beltrami modelljében a gömb felszíne képviseli a végtelen horizontot (tehát nem tartozik magához a modellhez, mégis van értelme azt mondani, hogy „a végtelen távoli véges közelségben látszik”). A pontok távolsága azonban nem euklideszi mérték szerint nő: minél közelebb megyünk a gömb felszínéhez, annál nagyobb lesz két közeli pont távolsága. A gömb két húrja, amely a gömb felszínén metszi egymást, párhuzamos (nincs közös pontjuk, hiszen a gömb felszíne nem tartozik a modellhez!), két húr, amely nem metszi egymást, két nem-metsző egyenes lesz – ilyen az euklideszi térben nincsen!

Itt jegyezzük meg, hogy a traktrix-felület (amit „trombita”- vagy „torony”-felületként szemléltet Herman) csak a hiperbolikus sík egy darabját modellezi. Az *egész* hiperbolikus síknak nincs „normális” modellje az euklideszi térben.

választ tudjunk adni arra, mi az a lényeges mozzanat, amelyben különbözik a két struktúra – a szerető és alkotó struktúrája az egyik oldalon, a mániás a másik oldalon. A kulcsot a következő mondat adja a kezünkbe. „Ugyanaz az ív papír, amelyik nekünk [kiemelés tőlem, SL]” megfelelőnek tűnik az euklideszi sík egy darabjának lefedésére, nem elég a hiperbolikus geometriájú traktrix-felület egy darabjának lefedésére, szét kell tépnünk, (míg a gömb egy darabjának lefedéséhez össze kell gyűrnünk). Ez a gondolat csakúgy, mint a korábbi idézetben kiemelt feltételes módok jól mutatják, hogy itt magától értetődően az euklideszi sík a mérték. Az euklideszi mértékkel mérve vannak látszólag közel, mégis „valójában” egyre távolabb a hiperbolikus tér pontjai, ahhoz képest ilyen kétértelműen „tág” a hiperbolikus tér, és ahhoz képest „szűk” a gömbi. Ha ezt a tényt is tekintetbe vesszük, akkor rögtön világos, hogy miért és hogyan jó a mániás állapot leírására a hiperbolikus geometria: a leírás akkor pontos, ha hozzátesszük ezt a feloldatlan (negatív) ambivalenciát. Azt tudniillik, hogy a mániás anélkül akarja magáénak a hiperbolikus geometria „közelibb” (szabadabb, örömtelibb!) terét, hogy ténylegesen belépne örvényterébe, vállalná az örvényeivel való megbirkózást, vagyis azonosítaná magát ezzel a határátlépő mozdulattal. A mániás tehát az euklideszi tér kényelmét (a betegségprofitját?) fel nem adva akarja magáénak a hiperbolikus tér közelségét. És ez rögtön azt is megmagyarázza, mi a különbség az alkotó és az „igazán szerető” tere és a mániásé között. Az alkotás is, a szeretet is ott születik, ahol ezt az ambivalenciát egy személyiségi erő legyőzi. Ahol tehát már nem idegen mértékkel méri a tágulót, s ugyanakkor mindent közelebb hozó tér távolságait a kutató, illetve a szerető. Kényelmét, megszokásait és „betegségprofitját” feladva belép ebbe a térbe – talán épp egy pozitív, produktív ambivalencia vonzásának engedve. (Ebből egyébként az a számomra is elsőre meglepő következtetés adódik, hogy nem Bolyai János, hanem Bolyai Farkas térszemlélete az, ami – legalábbis ebben a vonatkozásban – analóg a mániás állapottal! Ő nem tudott túllépni az euklideszi geometria szuggesztíóján, így az ambivalencián sem. És ha meggondoljuk, valóban ő az, aki az irodalomtól a matematikán át a kályhakészítésig sok mindenben volt tehetséges, de tehetségét szétszórta, kiengedte kezéből, nem tudta igazán megragadni.)

Helmholtz az említett előadásában egy – meglehetősen manierista – hasonlattal világítja meg, hogy hogyan néz ki a „mi” (értsd: euklideszi) geometriánk azokban az ezüstgömbökben, amelyek az ő korában még sok kertben függtek, és hogyan nézne ki a kertünk egy ilyen tükörben, ha kertünk a hiperbolikus geometria törvényeinek engedelmeskedne és a tükörben a hiperbolikus geometria Beltrami-féle modellje lenne érvényes. (Escher nyilván sokat merített Helmholtzból.) Helmholtz világosan ki is mondja azt, amit mi is hangsúlyozunk: „Levezethető ebből, hogy milyennek tünnének a pszeudoszférikus [= hiperbolikus] világ tárgyai egy olyan szemlélő számára, akinek szemmértéke és térbeli tapasztalatai a mienkhez hasonló [tehát euklideszi] térben alakultak ki, feltéve, hogy beléphetne egy ilyen világba.”¹⁴

¹⁴ Helmholtz, *id. mű*, 26., kiemelés és betoldások tőlem, SL.

A hiperbolikus tér geometriájának felfedezői, Bolyai és Lobacsevszkij azonban beléptek ebbe a térbe, levetették euklideszi szemüvegüket, elhagyták az euklideszi szemléletet és az új, sok szempontból gazdagabb hiperbolikus tér geometriáját nem a régi, szegényesebb, kiüresedett harmóniájú szemlélet formáival mérték. Ezért lett a számukra megfogható az, ami az euklideszi szemüveget le nem vetők számára ebben a térben irreális és megfoghatatlan. Ez az új, a döntő forradalmi lépés. Itt van koncentráltan jelen a produktív teremtő erő, és ez az, ami a patológikus tünetekből nem vezethető le. Ha az értelmet mint a *szellemi*-lelki folyamatosságot – és nem csupán az individuális „személyes-lelki folyamatosságot” – akarjuk megérteni, akkor ezt a lépést is meg kell értenünk. Meg kell értenünk azt az erőt – és ez a gondolkodás ereje –, amely a *személyes*-lelki problémát egy *közösségi* szellemi-lelki problémává transzformálja és úgy tesz közösségileg értékelhető és megtermékenyítő kísérletet a megoldására.

Bolyaiék lépése forradalmi lépés abban az értelemben, hogy alapjaiban rendíti meg azt a kétezer éves, meggyökeresedett szemléletet, amely mintegy garanciája volt, hogy „a vertikális és a horizontális irány (a maximális értékre törekvés és a minimális értékek biztosításának az igénye) objektíven rögzített, és torzítás nélkül érvényesül az egész síkon.” Az *euklideszi* geometria pedig Maimonidésznel és Aquinói Szent Tamásnál (nála kifejezetten az, hogy a háromszög szögösszege 180° , ami Bolyaiéknál nem igaz), a racionalizmus alappilléret jelentő ellentmondás elvének kitüntetett képviselője.¹⁵ Mindezt gyökerében rendíti meg az új geometria felfedezése. Az új térben „[a] nagyobb (illetve a maximális) értékre törekvés vertikális és a minimális értékek biztonságára törekvés horizontális, e két alapirány közötti – egy világekorszak stabilitását és produktivitását biztosító – kiegyensúlyozott viszony nyugtalanító és izgató feszültségekkel (produktív ambivalenciával!) telik meg, ettől szűnik meg a két alapirány keresztpontjának közvetlen transzparenciája. Megnövekszik a két alapirány metszéspontjának, a kutató ember jelének a hangsúlya.”¹⁶ Ettől lesz a közelinek tűnő – euklideszi mértékkel mérve – távoli, megfoghatatlan.

Nem egyszerűen új geometriai jelenségek felfedezéséről van tehát szó, hanem döntő *szemléletváltásról*. Ami lehetetlen lett volna az érzékenység, az ellentmondás-érzékenység erősödése nélkül. *Ennek negatív pólusa* lehet a patológikus tünetek erősödése, hiszen a kutatás fokozza az ambivalenciát a „régit” és az „új”, az ismert, de már kihűlt és a még ismeretlen, de titkokkal terhes új között.¹⁷ De a patológikus tünetek nem adnak számot az érzékenység *pozitív pólusáról*, amely

¹⁵ Vö. Tóth Imre, *Béctől Temesvárig: Bolyai János útja a nem-euklideszi forradalom felé*, Typotex, Budapest, 2002. 39-40.

¹⁶ Surányi László, *A Gödel-tétel spirituális jelentősége*, in uő, *id.mű*, 98. és 102.

¹⁷ „Mindig két harmónia között élünk és küzdünk. Az egyik már szegényes, reflexszerű, holt magától értetődéssel szolgál, a másik még gazdag, titokzatos, örvénylő és fenyegető.” Szabó Lajos, *Tény és titok*, 73.

révén a kutató szellem *egészségesebbnek bizonyul* a saját patológiájánál, legyőzi a mániákusnál legyőzetlen ambivalenciát és új, megismerésre váró titkokkal terhes formákat mutat fel.¹⁸ Míg a hiperbolikus geometriának csak valóban, minden értelemben „patologikus” modelljei vannak az euklideszi térben (ilyen az említett Bertrami-féle modell), s ezért feleltethető meg ez a fajta modellezés a *mániás állapotnak*, addig az új, a hiperbolikus geometria terében *az euklideszi egész természetesen módon megjelenik*. Itt tehát valóban fel van oldva az ambivalencia, nem csak el van fojtva. Ezért feleltethető meg ez a fajta modellezés a kutatói magatartásnak. *Abszolút geometriai* tétel ugyanis, hogy van egy felület, az úgynevezett *paraszféra*, amelyen mind a hiperbolikus, mind az euklideszi geometriában az euklideszi sík törvényei érvényesek. Az euklideszi térben ez maga a sík, és nincs tovább. A hiperbolikus geometriában azonban ez a felület nem a sík. Bár nulla görbületű, de „elhajlik” a síktól, és „mögötte” az ismeretlen új birodalmi (a hiperbolikus geometriájú „távolságfelületek” végtelen sokasága és maga a hiperbolikus sík) tárnak fel.¹⁹

Azzal kezdtem, hogy Hermann gondolkodásléktanának ereje, hogy lelki jelenségek, patologikus és gondolkodói-alkotói formák közötti *analógiákat* a tudomány nyelvén kutató fel, azaz az egzaktuság igényével keresztezi egymással az analogikus és a tudományos gondolkodást. Mint látjuk, ezzel megteremti a *lehetőségét*, hogy kirajzolódjon a határvonal, amely az alkotó gondolkodó terét elválasztja a mániás, eufóriás terétől. De ezt a határvonalat át is kell lépni, ha a zseniális újat alkotó gondolkodó egész terét meg akarjuk érteni. És külön tanulmányt igényelne annak a megértése, hogy mennyiben hasonlít erre a térre, és mennyiben különbözik tőle az a megrendítő tér, amelyet a szeretett lényel való találkozás vagy annak ígérete a szerető előtt feltár.²⁰

¹⁸ Az ösztönök sorsával kapcsolatban persze felmerül a kérdés, hogy vajon Bolyai János felfedezése feloldotta-e benne a sok lelki feszültséget, amelyek között élt. A kérdés megválaszolásához számításba kellene venni apjának – legalábbis szerencsétlen – levelezését Gausszal, utóbbi elutasító és a Bolyaikat implicite lopással gyanúsító magatartását, továbbá azt is, hogy ez János elől az érdemi tudományos elismerés minden útját elzárta. Másrészt felmerül az a kérdés is, hogy ismerünk-e Jánosnál *megbízhatóan adatolt* patologikus tünetet az előttről, hogy megpróbálja mind e belső feszültségeit azzal feloldani, hogy túllépve a matematikán egy egyetemesebb „üdvönt” alkot, ám ebben nem bizonyul ugyanolyan erősnek és termékenynek, mint a geometriában.

¹⁹ Erről részletesebben l. említett írásomat, 98-102.

²⁰ Lásd például Ludwig Binswanger, *Grundformen und Erkenntnis menschlichen Daseins*, Max Niehans Verlag, Zürich, 1942, 23-35.; Tábor Béla, *Megismerni: teret teremteni*, in Helikon, 2010/2, Tillmann J. – Szentpétery M. (szerk), Térpoétika szám, 55-61., a világhálón:

http://www.mome.hu/images/publications/tabor_bela.pdf és

<http://lajosszabo.com/SZEL/Megismerni.pdf> (2013.12.16).